



مشتق به زبون آدمیزاد



هر فیلی رو میشه قاشق قاشق خورد



NanoAmouz

برای دانلود جدیدترین نسخه این جزوه، روی نماد نانولرن لمس کنید

مهندس مجتبی احمدی

مشتق اصلا چی هست؟ همش چپ میری، راست میری میگن مشتق فلان چیز؛ چرا پاتو میزاری کلاس ریاضی همش میخوان از گوز خر تا جیگر زلیخا مشتق بگیرن! بابا این مشتق از کدوم گوری اومده؟

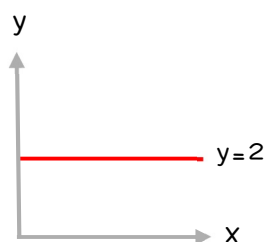
خب یه دقیقه آروم باش تا بهت بگم : مشتق یعنی چقدر یه چیز داره تغییر می‌کنه! فرقی نداره که سرعت ماشین، سود کسب‌وکار، یا سرد شدن چایی باشه، هر جایی که تغییری در کار باشه، مشتق هم هست 🧐📈 !
حالا میخوام اینو ریز کنم روی تابع ها، ببین داخل تابع هایی که تو میخونی کلا مشتق یعنی شیب نمودار! تموووووم...

مگه نگفتی مشتق یعنی "چقدر یه چیز داره تغییر می‌کنه"؟ آره ولی شیب یه نمودار هم نشون میده اون نمودار چقدر داره تغییر میکنه دیگه، مثلا وقتی تو یه نموداری از تابع ها، y دو تا زیاد میشه اون وقت x چند تا زیاد شده؟ گرفتی؟

پس داستان چیست؟ وقتی میگن از فلان تابع مشتق بگیر، یعنی بگو شیب‌اش چقدره! همین

فقط جیگر علامت مشتق یه دونه پریم هستش، حالا به تعداد مشتق میتونی پریم بزاری، ولی برای مشتق های بالا مثلا مشتق چهارم دیگه میان عددش رو مثل توان می‌نویسن بعد دو طرفش پرانتز می‌زارن که با توان اشتباه نگیری: $y^{(4)}$ $y^{(3)}$ y'' y'

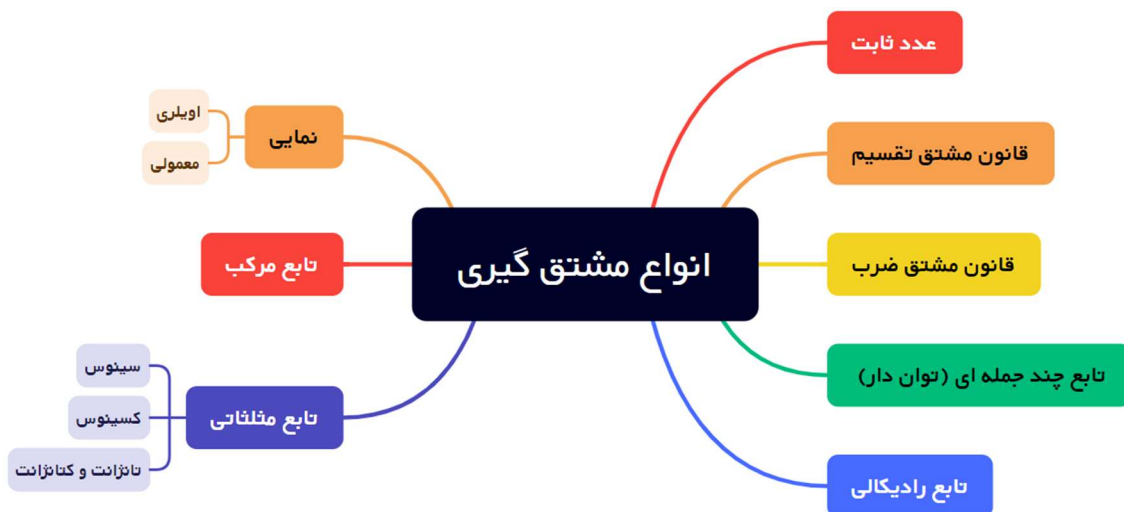
بیا همین اول یه سوال ازت بپرسم، مهندس تابع عدد ثابت رو یادته که؟ (مثلا $y = 2$) خب این نمودارش چه شکلی بود؟ اگه یادته باشه یه خط صاف افقی بود دیگه درسته؟ خب حالا این خط صاف به نظرت شیب اش چقدره؟ اصلا شیب داره؟



آفرین معلومه که شیب نداره یعنی : مشتق هر تابع ثابتی صفره! یعنی $y' = 0$ $y = a$ $\xrightarrow{\text{مشتق}}$

حالا بریم جلو بهت میگم به چه دردایی می‌خوره، خودتو اذیت نکن رفیق!

آقا اصلا برای اینکه قاطی نکنیم بیا یه دسته بندی کلی کنیم، ببینیم چند مدل باید مشتق گیری یاد بگیری، موافقی؟



البته اینا همش نیست، تو این نسخه ما فقط همینارو یاد می‌گیریم تا دستت راه بیفته، اگه میخوای حرفه ای بشی میتونی نسخه "مشتق به

زبون آدمیزاد پیشرفته" رو از آخرین صفحه همین جزوه لمس کنی و دانلود کنی... 📄

مشتق تابع چند جمله ای (اینو یاد بگیری نصف مشتق رو بلدی اونقدر که ازش استفاده می کنن)

ببین اولش بهت بگم هر تابع ساده، ضربیش مشتق اشه! مثلا مشتق $2x$ چی میشه؟ میشه 2، حالا مشتق $5x$ چیه؟ آفرین میشه 5

حالا بیا کلی تر بگیم، هر تابع چند جمله ای که دیدی، برای مشتق گرفتن ازش اینو تا آخر یادت باشه: توان کنار ➡ یه توان کم ➡ مشتق داخل

یعنی اینارو ضرب در هم می نویسی: اولش توانش رو بیار کنار دستش، بعد یه توان ازش کم کن، بعدش از داخل اش هم یه مشتق بگیر مگر اینکه فقط x خالی باشه که اونوقت هیچی!

کراش قشنگم اگه نفهمیدی ولش کن بیا این مثال های پایینو ببین روح شاد بشه 🙌

اینجا مشتق داخل یعنی مشتق اون x که خب میشه یک پس هیچی

$$x^2 \xrightarrow{\text{توان کنار}} 2x \blacksquare \xrightarrow{\text{یه توان کم}} 2x^1 \xrightarrow{\text{مشتق داخل}} 2x$$

$$x^3 \xrightarrow{\text{توان کنار}} 3x \blacksquare \xrightarrow{\text{یه توان کم}} 3x^2 \xrightarrow{\text{مشتق داخل}} 3x^2$$

$$5x^2 \xrightarrow{\text{توان کنار}} 5 \times 2x \blacksquare \xrightarrow{\text{یه توان کم}} 10x \xrightarrow{\text{مشتق داخل}} 10x$$

$$(2x-1)^4 \xrightarrow{\text{توان کنار}} 4(2x-1) \blacksquare \xrightarrow{\text{یه توان کم}} 4(2x-1)^3 \xrightarrow{\text{مشتق داخل}} 4(2x-1)^3(2) = 8(2x-1)^3$$

$$2(x^4)^5 \xrightarrow{\text{توان کنار}} 5 \times 2(x^4) \blacksquare \xrightarrow{\text{یه توان کم}} 10(x^4)^4 \xrightarrow{\text{مشتق داخل}} 10(x^4)^4(4x^3) = 40x^7$$

تو این آخریه، دقت کرده باشی اون مرحله آخرش مشتق داخل پرانتز رو گرفتیم، که طبق همین قاعده اگه پیش بری، مشتق اش میشه $(4x^3)$

استاد پس چرا ما مشتق داخل (یعنی مشتق خود عبارت) رو تو بعضیا گرفتیم، مثلا اون سه تایی اول داستان شون چی بود؟ خب اونجا هم گرفتیم اما مشتق

یه دونه x خالی چی میشه؟ میشه یک دیگه پس دیگه مهم نیست که بخوای یک رو ضرب کنی!

مثلا) مشتق این تابع هارو خودت بگیر بعد برو جواب شون رو با ماشین حساب گیر بیار ببین چقدر یاد گرفتی: $3x^3$, $(x-2)^2$, $2x^2$

مشتق رادیکالی

$$\sqrt{f} \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{f'}{2\sqrt{f}} \quad \text{مشتق هر تابع رادیکالی اینجوری گیر میاد:}$$

داستان چیه؟ برای مشتق گرفتن از هر تابع رادیکالی باید مشتق خود تابع داخل رادیکال رو بنویسی تو صورت، دو برابر رادیکال اش رو هم بنویس تو مخرج

$$\sqrt{x} \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\sqrt{(x^3+2)} \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{3x^2}{2\sqrt{x^3+2}}$$

$$3\sqrt{x-1} \xrightarrow{\text{مشتق}} (3) \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$$

کلا یادت باشه تو هر تابعی ضرب عددی دیدی مثل همین مثال سوم بالایی، بهش دست نزن همونجوری بیارش تو مشتق... تو مثال های قبلی هم میتونی ببینش...



$$3x^2 \xrightarrow{\text{مشتق}} 3(2x) = 6x$$

$$2\sqrt{x^4} \xrightarrow{\text{مشتق}} (2) \left(\frac{4x^3}{2\sqrt{x^4}} \right) = \frac{4x^3}{\sqrt{x^4}}$$

مشتق مثلثاتی ها

$$\sin x \xrightarrow{\text{مشتق}} \cos x \quad \cos x \xrightarrow{\text{مشتق}} -\sin x \quad \tan x \xrightarrow{\text{مشتق}} 1 + \tan^2 x \quad \cot x \xrightarrow{\text{مشتق}} -(1 + \cot^2 x)$$

پس آقا مشتق سینوس و کسینوس برعکس هم اند ولی کسینوس یه منفی هم داره (برای حفظ کردن اش یادت باشه کسینوس اصلا اسمش منفیه 😊😊 خودتو نزن به اون راه، گرفتی چی میگم 😊 پس مشتق گرفتنی یه منفی هم میندازه برات)

فقط اگه داخل شون یه عبارت بود چی؟ مثلا $\sin x$ خب کلا یادت باشه اینجوری مشتق بگیری: $\sin f \xrightarrow{\text{مشتق}} f' \cos f$

اینو به نمایندگی از همشون گفتم، یعنی **اگه ایکس خالی بود که مشتق اش همیشه یک**، مهم نیست قبلا هم گفتم، اما اگه یه عبارت بود اون وقت مشتق خود عبارت رو می گیری میفرستی عقب، بعدش مشتق خود این مثلثاتی هارو می گیری...



یا ایفولللسل

مشتق چقدر قلق داره، زاییدیم بابا 😊😊

$$2 \sin x \xrightarrow{\text{مشتق}} 2 \cos x$$

$$\sin 2x \xrightarrow{\text{مشتق}} -2 \cos 2x$$

$$3 \sin 2x^2 \xrightarrow{\text{مشتق}} (3)(4x) \cos 2x^2$$

اینجا ضریب عددی که گذاشتیم کنار، بعدش مشتق داخل عبارت رو گرفتیم
گذاشتیم کنار، بعدش مشتق سینوس رو گرفتیم که همیشه کسینوس همون عبارت

$$3 \tan x \xrightarrow{\text{مشتق}} 3(1 + \tan^2 x)$$

$$\tan 3x^2 \xrightarrow{\text{مشتق}} (6x)(1 + \tan^2 3x^2)$$

$$\cot 2x \xrightarrow{\text{مشتق}} -2(1 + \cot^2 2x)$$

$$3 \cot x^3 \xrightarrow{\text{مشتق}} -3(3x^2)(1 + \cot^2 x^3)$$

پس داستان چیست؟ ضریب داشت همون اول بزارش کنار به عنوان ضریب، بعد مشتق داخل عبارت رو بگیر بازم بزار کنار دستش به عنوان ضریب
بعدش بیا مشتق مثلثاتی رو بگیر

دو تابع جدید هم تو دانشگاه بهت میگن به اسم سکانت و کسکانت، اصلا نگرخید، اینا برعکس سینوس و کسینوس اند، همین!

$$\sec x = \frac{1}{\cos x} \quad , \quad \csc x = \frac{1}{\sin x} \quad : \text{یعنی اینجوریه}$$

مشتق هاشون چی میشه، یه دقیقه وایس بیسا وقتی قانون مشتق تقسیم (کسری) رو یاد گرفتی بهت میگم.



قانون مشتق ضرب

ببین وقتی تابع هارو باهم جمع و تفریق می‌کنی که معلومه، موقع مشتق گیری از کدوم جداگونه مشتق می‌گیری و بعد علامت جمع و

$$\text{منهاشون رو میزاری... مثلا } x^3 + x^2 \xrightarrow{\text{مشتق}} 3x^2 + 2x$$

ولی وقتی دو تا تابع رو تو هم ضرب می‌کنی، مشتق شون اینجوری میشه: $f \times g \xrightarrow{\text{مشتق}} f'g + fg'$

یعنی مشتق اولی در خود دومی + مشتق دومی در خود اولی، سخت که نبود؟ بریم سراغ مثال:

$$\underbrace{2x^3}_{\text{خود اولی}} \underbrace{(x-1)^2}_{\text{مشتق اولی}} \xrightarrow{\text{مشتق}} \underbrace{6x^2}_{\text{خود دومی}} \underbrace{(x-1)^2}_{\text{مشتق اولی}} + \underbrace{2(x-1)}_{\text{مشتق دومی}} \underbrace{2x^3}_{\text{خود اولی}} \xrightarrow{\text{ساده کاری}} 6x^2(x-1)^2 + 4x^3(x-1)$$

$$\underbrace{(x+1)}_{\text{خود اولی}} \underbrace{(x+2)}_{\text{مشتق اولی}} \xrightarrow{\text{مشتق}} \underbrace{(1)}_{\text{خود دومی}} \underbrace{(x+2)}_{\text{مشتق اولی}} + \underbrace{(1)}_{\text{مشتق دومی}} \underbrace{(x+1)}_{\text{خود اولی}} \xrightarrow{\text{ساده کاری}} x+2+x+1=2x+3$$

خب اینارو یه جور دیگه هم میشه مشتق گرفت؟ اگه گفتی؟ خب میشه همه رو تو هم ضرب کنی و بعد بیای مثل "چند جمله ای" مشتق بگیری. همین مثال آخری رو دوباره اینجوری حل می‌کنم ببین:

$$(x+1)(x+2) \xrightarrow{\text{ضرب کن تو هم}} x^2 + 3x + 2 \xrightarrow{\text{مشتق}} 2x + 3$$

حالا باز مرور کنیم چیشد؟ مشتق x^2 میشه $2x$ ؛ مشتق $3x$ میشه 3 ؛ مشتق 2 هم چون عدد ثابتیه میشه صفره!

مثلا) مشتق اینارو خودت نوش جان کن $x(x-3)^2$, $(2x)(3x^4)$

قانون مشتق تقسیم

خب اینم قانونش: $\frac{f}{g} \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{f'g - fg'}{g^2}$ مشتق بالایی در خود پایینی منهای مشتق پایینی در خود بالایی به روی پایینی به توان دو

دقت کن صورت جواب شبیه مشتق ضربه ولی منها داره، تو مخرج جواب هم همون مخرج اولیه به توان دو هستش.

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{x-1} &\xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{(2x)(x-1) - (1)(x^2)}{(x-1)^2} \xrightarrow{\text{ساده کاری}} \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} \\ \frac{x-2}{x-3} &\xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{(1)(x-3) - (1)(x-2)}{(x-3)^2} \xrightarrow{\text{ساده کاری}} \frac{-1}{(x-3)^2} \\ \frac{\sin x}{x} &\xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{(\cos x)(x) - (1)(\sin x)}{x^2} \xrightarrow{\text{ساده کاری}} \frac{x \cos x - \sin x}{x^2} \\ \frac{4x}{x^2} &\xrightarrow{\text{ساده کاری}} \frac{4}{x} \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{(0)(x) - (1)(4)}{x^2} \xrightarrow{\text{ساده کاری}} \frac{-4}{x^2} \end{aligned}$$

این آخیره چجوری شد؟ خواستم بهت بگم بعضی وقتا همون اول میشه ساده کاری کرد پس تا جایی که میشه ساده کاری کرد، بکن بعدش

مشتق بگیر، آندرستند؟ 😊

الوعده وفا، حالا بیا به جای حفظ کردن، خودمون مشتق سکانت و کسکانت رو بگیریم ببینیم چی میشه؟!

$$\sec x = \frac{1}{\cos x} \xrightarrow{\text{مشتق کسری}} \frac{(0)(\cos x) - (-\sin x)(1)}{\cos^2 x} \xrightarrow{\text{ساده کاری}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} \xrightarrow{\text{یه جور دیگه}} \frac{1}{\cos x} \times \frac{\sin x}{\cos x} = \sec x \tan x$$

$$\text{مشتق} \quad \sec x \longrightarrow \sec x \tan x \quad \text{پس شد}$$

$$\csc x = \frac{1}{\sin x} \xrightarrow{\text{مشتق کسری}} \frac{(0)(\sin x) - (\cos x)(1)}{\sin^2 x} \xrightarrow{\text{ساده کاری}} \frac{-\cos x}{\sin^2 x} \xrightarrow{\text{یه جور دیگه}} \frac{1}{\sin x} \times \frac{-\cos x}{\sin x} = -\csc x \cot x$$

$$\text{مشتق} \quad \csc x \longrightarrow -\csc x \cot x \quad \text{پس شد}$$

مشتق تابع نمایی

کلا تابع نمایی، به تابعی میگن که متغیر تو توانش باشه مثل این $y = 2^x$ یا این $y = 3^{x+2}$ به اون عدد پایینی میگن پایه

تابع نمایی دو جوره :

1. معمولی: اینجا پایه شون یه عدد ثابت مثل همین بالایی ها که بهت گفتم؛ یعنی کلا میشه گفت اینجورین $y = a^x$ که a یه عدد ثابت

2. اویلری: اینجا پایه شون عدد اویلر هستش که با نماد e نشون داده می شه. یعنی اینجوری اند $y = e^x$

عدد اویلر چیه؟ شبیه عدد پی هستش یعنی بی نهایت رقم داره (تقریباً برابر با 2.71828 هستش)

همینجا بهت بگم معکوس این اویلر میشه لگاریتم طبیعی، خب ببین لگاریتم رو که اگه یادت نیست برو دربارش بخون، همیشه پایه لگاریتم ها

10 بود، حالا تو لگاریتم طبیعی پایه شون عدد اویلر هستش، همین... برای همین میگن لگاریتم طبیعی رو دیگه $\log$ نمی نویسی بلکه $\ln$

می نویسی، چرا چون داری میگی لگاریتم نچرال ($\log \text{ natural} = \ln$)

حالا مشتق اینا چی میشه؟

$$a^x \xrightarrow{\text{مشتق}} a^x \ln(a) \quad \text{مشتق تابع نمایی های معمولی} :$$

$$e^x \xrightarrow{\text{مشتق}} e^x \quad \text{مشتق تابع نمایی های اویلری} :$$

پس مشتق تابع نمایی ها میشن خودشون در لگاریتم طبیعی پایه شون؛ مشتق تابع اویلری ها هم میشه دقیقاً خودشون 😊

حالا اگه عبارت بود چی؟ یعنی فقط x خالی نبود؟ معلومه فقط کافیه مشتق اون عبارت رو مثل قبلی ها بزاری پشت دستش، یعنی اینجوری :

$$a^u \xrightarrow{\text{مشتق}} (u')a^u \ln(a) \quad \Rightarrow \quad 2^{2x-1} \xrightarrow{\text{مشتق}} (2)(2^{2x-1})(\ln 2)$$



$$e^u \xrightarrow{\text{مشتق}} (u') e^u \quad \Rightarrow \quad e^{2x-1} \xrightarrow{\text{مشتق}} (2)(e^{2x-1})$$

حالا این مثال هارو ببین تا دیگه چیزی نمونه که ندونی :

$$3^x \xrightarrow{\text{مشتق}} (3^x)(\ln 3)$$

$$e^x \xrightarrow{\text{مشتق}} e^x$$

$$2e^x \xrightarrow{\text{مشتق}} 2e^x$$

$$2^{3x+2} \xrightarrow{\text{مشتق}} (3)(2^{3x+2})(\ln 2)$$

$$e^{x^2+3} \xrightarrow{\text{مشتق}} (2x)(e^{x^2+3})$$

تو سومی چی یادت اومد؟ آفرین گفتیم آقا اگه ضریب عددی دیدی بزارش کنار فقط تو جواب بیارش، یعنی مشتق اویلر همیشه خودش، به دونه 2 هم کنارش بود دیگه 😊

مشتق تابع مرکب

خب اگه یادت رفته یا تا حالا نخوندی بزار بهت بگم تابع مرکب اصلا یعنی چی؟

ببین خوشگل، تابع مرکب یعنی یه تابع رو ببری تو دل یه تابع دیگه، یعنی خروجی یکی، ورودی اون یکی بشه! مثل اینکه یه همبرگر بخری، بعد توش سیبزمینی سرخشده هم بذاری و بگی: یه ترکیب خفن بده بهم 🍔 + 🍟 = 🔥 !

فرض کن یه تابع داریم $f(x) = x^2 + 1$ یعنی هر عددی بدی، اون عدد رو به توان ۲ می‌رسونه و بعدش یکی اضافه می‌کنه

یه تابع دیگه هم داریم $g(x) = 2x + 3$ یعنی عدد رو ۲ برابر می‌کنه و بعدش ۳ تا می‌ذاره روش

حالا اگه بگن $f(g(x))$ چیه؟ باید اول تابع $g(x)$ رو حساب کنیم، بعد جوابش رو توی $f(x)$ بذاریم! یعنی اینجوری: $f(g(x)) = (2x + 3)^2 + 1$

فهمیدی تابع مرکب (ترکیبی) چیه؟

$$f(g(x)) \xrightarrow{\text{مشتق}} f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

چیشد؟ از تابع مرکب خواستی مشتق بگیری میای از تابع بیرونیه مشتق می‌گیری، اون یکی رو میزاری جای x هاش، بعد اینو ضرب می‌کنی در مشتق تابع داخلی، میدونم درکش سخته، فرمول رو یه نگاه بنداز بریم سراغ مثال‌ها تا بهتر بفهمی...

خب اینم بگم که معمولا تابع هایی که از روش مرکب مشتق می‌گیری رو میتونی از روش های دیگه هم مشتق بگیری، ولی بعضی جاها روش مرکب خیلی سریعتره، بریم مثال هارو ببینیم :

$$\sin(x^2 + 3x) \xrightarrow{\text{فرض}} \sin u \quad , \quad u = x^2 + 3x \quad \xrightarrow{\text{مشتق}} \quad u' \cos u = (2x + 3)(\cos x^2 + 3x)$$

$$e^{3x-1} \xrightarrow{\text{فرض}} e^u \quad , \quad u = 3x - 1 \quad \xrightarrow{\text{مشتق}} \quad u' e^u = 3e^{3x-1}$$



$$\tan x^2 \xrightarrow{\text{فرض}} \tan u \text{ : تابع بیرونی} , \quad u = x^2 \xrightarrow{\text{مشتق}} u' (1 + \tan^2 u) = 2x (1 + \tan^2 x^2)$$

حالا بیا این سه تا مثال از روش های خودشون هم حل کنیم یعنی اولی مثلثاتی، دومی اویلری، سومی هم مثلثاتی هستش :

$$\sin(x^2 + 3x) \xrightarrow{\text{مشتق}} (2x + 3)(\sin x^2 + 3x)$$

$$e^{3x-1} \xrightarrow{\text{مشتق}} 3e^{3x-1}$$

$$\tan x^2 \xrightarrow{\text{مشتق}} (2x)(1 + \tan^2 x^2)$$

شاید بگی خب روش های خودشون هم آسونتره، حق باتوئه ولی به دو دلیل باید مشتق مرکب رو یاد بگیری، اولیش اینکه استاد یا معلم ازت بخواد یا سوال امتحان بگه از روش مشتق مرکب حل کن، دومیش اینکه که وقتی تابع خیلی بزرگ و پیچیده میشه دیگه مشتق گرفتن ازش خیلی سخت میشه پس با روش مرکب راحت تر حلش می کنی ولی الان مثالی نمیزنم که گیج نشی، تو همینقدر بدونی کافیه قریونت برم 😊😊

اینم بگم آقا مشتق تانژانت یادته چی میشد؟ دقیقا میشد $1 + \tan^2 x$ ، خب این میشه همون $\sec^2 x$ اگه نمیدونی چجوری پس میسپرمش به خودت تا ببینی چرا اینا مساوی اند، ولی در کل گفتم که تو مشتق گیری میتونی بگی مشتق تانژانت میشه سکانت به توان دو

تو بعضی سوالات ازت میخوان که مشتق مرتبه دو یا سه رو حساب کنی، کاری نداره دیگه هر چند بار خواسته مشتق می گیری! مثلا :

$$x^4 \xrightarrow{\text{مشتق اول}} 4x^3 \xrightarrow{\text{مشتق دوم}} 12x^2 \xrightarrow{\text{مشتق سوم}} 24x \xrightarrow{\text{مشتق چهارم}} 24 \xrightarrow{\text{مشتق پنجم}} 0 \xrightarrow{\text{مشتق ششم}} 0$$

تا اینجا هرچی مشتق پایه ای نیاز داشتی رو بلدی فقط باید تمرین کنی؛ برات 50 تا تمرین آماده کردم که بشینی حل کنی، قشنگ دستت راه بیفته، عشقم جواب اصلا مهم نیست که بخوای تقلب کنی مهم اینکه خودت به جوابی که نوشتی برسی، پس برگرد یه دور کامل بخون، بعد بیا اینارو حل کن بهت قول میدم مشتق نمی مونه نتونی بگیری! 🤖

تمرین های سریع مشتق گیری

$$f(x) = 2x \rightarrow f'(x) = 2$$

$$f(x) = 5x \rightarrow f'(x) = 5$$

$$f(x) = x^2 \rightarrow f'(x) = 2x$$

$$f(x) = x^3 \rightarrow f'(x) = 3x^2$$

$$f(x) = 5x^2 \rightarrow f'(x) = 10x$$

$$f(x) = (2x - 1)^4 \rightarrow f'(x) = 4(2x - 1)^3$$

$$f(x) = -4x^3 + 2x^2 - x + 6 \rightarrow f'(x) = -12x^2 + 4x - 1$$

$$f(x) = 3x^3 \rightarrow f'(x) = 9x^2$$

$$f(x) = (x - 2)^2 \rightarrow f'(x) = 2(x - 2)$$

$$f(x) = 7x^5 \rightarrow f'(x) = 35x^4$$

$$f(x) = -4x^3 + 2x^2 - x + 6 \rightarrow f'(x) = -12x^2 + 4x - 1$$

$$f(x) = 2x^2 \rightarrow f'(x) = 4x$$

$$f(x) = x(x - 3)^2 \rightarrow f'(x) = (x - 3)^2 + 2x(x - 3)$$

$$f(x) = \sin(x^2 + 3x) \rightarrow f'(x) = (2x + 3) \cos(x^2 + 3x)$$

$$f(x) = e^{3x-1} \rightarrow f'(x) = 3e^{3x-1}$$

$$f(x) = \tan(x^2) \rightarrow f'(x) = 2x \sec^2(x^2)$$

$$f(x) = \sin(4x) \rightarrow f'(x) = 4 \cos(4x)$$

$$f(x) = \sin(x^2) \rightarrow f'(x) = 2x \cos(x^2)$$

$$f(x) = \cos(x^2 + 1) \rightarrow f'(x) = -2x \sin(x^2 + 1)$$

$$f(x) = e^{2x-3} \rightarrow f'(x) = 2e^{2x-3}$$

$$f(x) = 3^{x+1} \rightarrow f'(x) = 3^{x+1} \cdot \ln 3$$

$$f(x) = x^2 \cdot \sin(x) \rightarrow f'(x) = 2x \sin(x) + x^2 \cos(x)$$

$$f(x) = (x + 1)e^x \rightarrow f'(x) = e^x + (x + 1)e^x = (x + 2)e^x$$

$$f(x) = \sqrt{x} \cdot \cos(x) \rightarrow f'(x) = \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) \cos(x) - \sqrt{x} \sin(x)$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 2} \rightarrow f'(x) = \frac{[(2x)(x - 2) - (x^2 + 1)]}{(x - 2)^2}$$

$$f(x) = \frac{\sin(x)}{x} \rightarrow f'(x) = \frac{x \cos(x) - \sin(x)}{x^2}$$

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2} \rightarrow f'(x) = \frac{[e^{(x)x^2} - 2xe^x]}{x^4}$$

$$f(x) = (3x^2 + 2x - 1)^4 \rightarrow f'(x) = 4(3x^2 + 2x - 1)^3 \cdot (6x + 2)$$

$$f(x) = \sqrt{5x+7} \rightarrow f'(x) = \frac{5}{2\sqrt{5x+7}}$$

$$f(x) = \sin(2x^2 + 1) \rightarrow f'(x) = \cos(2x^2 + 1) \cdot (4x)$$

$$f(x) = e^{x^3} \rightarrow f'(x) = 3x^2 e^{x^3}$$

$$f(x) = x\sqrt{x+3} \rightarrow f'(x) = \sqrt{x+3} + \left[\frac{x}{2\sqrt{x+3}} \right]$$

$$f(x) = (2x - 1)^3 \cdot \cos(x) \rightarrow f'(x) = 6(2x - 1)^2 \cos(x) - (2x - 1)^3 \sin(x)$$

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{2x + 3} \rightarrow f'(x) = \frac{[(3x^2)(2x + 3) - 2(x^3 - 1)]}{(2x + 3)^2}$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1} \cdot (x - 1) \rightarrow f'(x) = \left[(x - 1) \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \right) \right] + \sqrt{x^2 + 1}$$

$$f(x) = \cos(3x + 2) \rightarrow f'(x) = -3 \sin(3x + 2)$$

$$f(x) = \sqrt{x} \rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f(x) = \sqrt{x^3 + 2} \rightarrow f'(x) = \frac{3x^2}{2\sqrt{x^3 + 2}}$$

$$f(x) = 3\sqrt{x-1} \rightarrow f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x-1}}$$

$$f(x) = 2\sqrt{x^4} \rightarrow f'(x) = 4x$$

$$f(x) = \sqrt{3x^2 + 1} \rightarrow f'(x) = \frac{6x}{2\sqrt{3x^2 + 1}}$$

$$f(x) = 2x^3(x - 1)^2 \rightarrow f'(x) = 6x^2(x - 1)^2 + 4x^3(x - 1)$$

$$f(x) = (x + 1)(x + 2) \rightarrow f'(x) = 2x + 3$$

$$f(x) = \sqrt{x} \rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f(x) = \frac{x^2}{x-1} \rightarrow f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$$

$$f(x) = \frac{\sin x}{x} \rightarrow f'(x) = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$$

$$f(x) = \frac{x-2}{x-3} \rightarrow f'(x) = -\frac{1}{(x-3)^2}$$

$$f(x) = \frac{4x}{x^2} \rightarrow f'(x) = -\frac{4}{x^2} \cdot f(x) = \sin x \rightarrow f'(x) = \cos x$$

$$f(x) = \cos x \rightarrow f'(x) = -\sin x$$

$$f(x) = \tan x \rightarrow f'(x) = \sec^2 x$$

$$f(x) = \cot x \rightarrow f'(x) = -\csc^2 x$$

$$f(x) = \sin(2x) \rightarrow f'(x) = 2 \cos(2x)$$

$$f(x) = \cos(3x) \rightarrow f'(x) = -3 \sin(3x)$$

$$f(x) = \tan(2x^2) \rightarrow f'(x) = 4x \sec^2(2x^2)$$

$$f(x) = 3^x \rightarrow f'(x) = 3^x \ln 3$$

$$f(x) = e^x \rightarrow f'(x) = e^x$$

$$f(x) = 2e^x \rightarrow f'(x) = 2e^x$$

$$f(x) = 2^{3x+2} \rightarrow f'(x) = 3 \ln 2 \cdot 2^{3x+2}$$

$$f(x) = e^{x^2+3} \rightarrow f'(x) = 2xe^{x^2+3}$$

$$f(x) = e^{2x-1} \rightarrow f'(x) = 2e^{2x-1}$$

$$f(x) = 2^{3x+2} \rightarrow f'(x) = 3 \ln 2 \cdot 2^{3x+2}$$

$$f(x) = 2^{2x-1} \rightarrow f'(x) = 2 \ln 2 \cdot 2^{2x-1}$$

$$f(x) = 3 \tan x \rightarrow f'(x) = 3 \sec^2 x$$

$$f(x) = \sec x \rightarrow f'(x) = \sec x \tan x$$

$$f(x) = \cos(x^2) \rightarrow f'(x) = -2x \sin(x^2)$$

$$f(x) = 3 \tan x \rightarrow f'(x) = 3 \sec^2 x$$

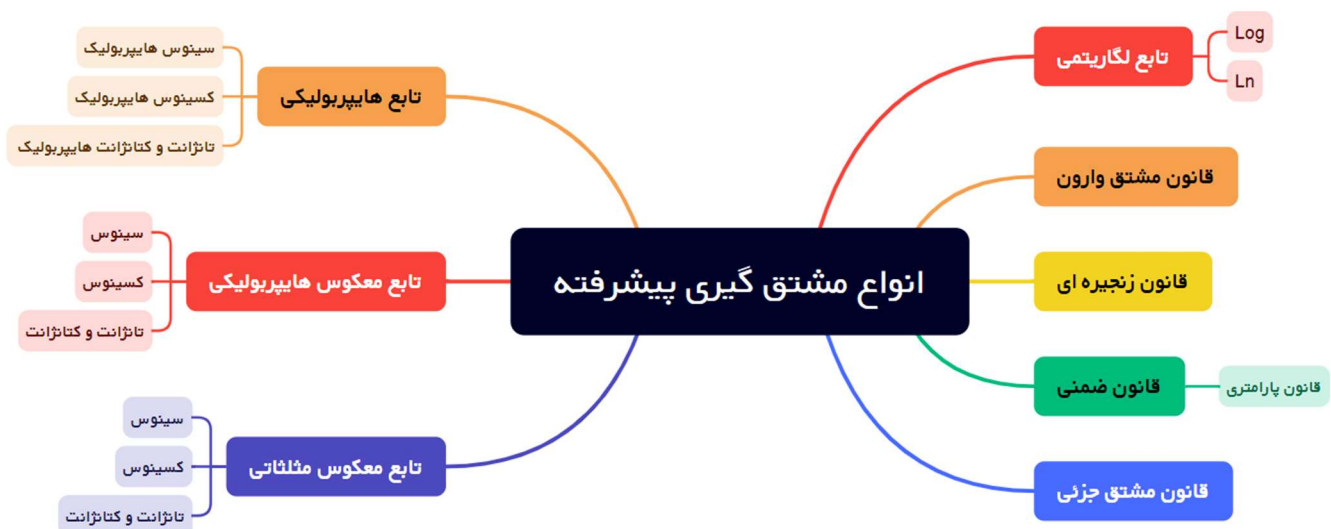
$$f(x) = \csc x \rightarrow f'(x) = -\csc x \cot x$$

$$f(x) = x^2(x+1) \rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2x$$

$$f(x) = \frac{\sin x}{x^2} \rightarrow f'(x) = \frac{x \cos x - 2 \sin x}{x^3}$$

$$f(x) = \frac{e^x}{x} \rightarrow f'(x) = \frac{e^{x(x-1)}}{x^2}$$

حالا بریم سراغ مشتق گیری های دانشگاهی مورد نیاز، یه دسته بندی داشته باشیم بدک نیست :



برای دانلود ادامه جزوه روی "مشتق به زبون آدمیزاد پیشرفته" لمس کن

